1

(1)

$G\dfrac{Mm}{d^2}$

(2)

$\dfrac{Md}{m+M}$

解説

衛星の中心を原点（$x=0$）とする x 軸を左向きにとると，

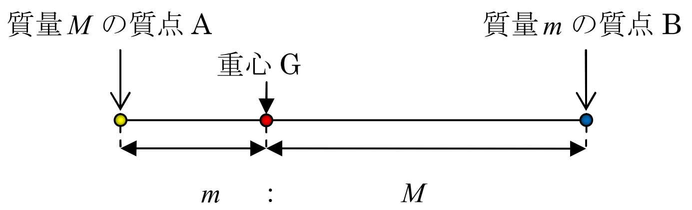
点 C の座標は，$\dfrac{m\times 0+Md}{m+M}=\dfrac{Md}{m+M}$

補足

思考時間の節約になるから暗記しておくこと

質量 M の質点 A と質量 m の質点 B からなる系の重心 G の位置は，

A と B を m ： M に内分する点である。



(3)

$\dfrac{Md}{m+M}$

解説

点 C の周りを等速円運動しているから，(2)より，円運動の半径＝$\dfrac{Md}{m+M}$

(4)

$m\cdot\dfrac{Md}{m+M}\omega^2$

解説

質量 m の衛星が角速度 ω で半径 $\dfrac{Md}{m+M}$ の等速円運動をしているから，

遠心力は，$m\cdot\dfrac{Md}{m+M}\omega^2$

(5)

$$\sqrt{\frac{G(m+M)}{d^3}}$$

解説

$$m\cdot\frac{Md}{m+M}\omega^2=G\frac{Mm}{d^2}\text{ より，}\quad \omega^2=\frac{G(m+M)}{d^3}\qquad \therefore \omega=\sqrt{\frac{G(m+M)}{d^3}}$$

(6)

$$\frac{md}{m+M}$$

解説

星は点 C の周りを等速円運動していることと，

(2)より点 C の位置 $x=\dfrac{Md}{m+M}$，点 O の位置 $x=d$

よって，CO＝$d-\dfrac{Md}{m+M}=\dfrac{md}{m+M}$

(7)

$$a\cdot\frac{md}{m+M}\omega^2$$

(8)

$$G\frac{am}{d^2}$$

(9)

0

解説

(5)より，$\omega^2=\dfrac{G(m+M)}{d^3}$

よって，物体 A に働く遠心力=$a\cdot\dfrac{md}{m+M}\omega^2=a\cdot\dfrac{md}{m+M}\cdot\dfrac{G(m+M)}{d^3}=G\dfrac{am}{d^2}$

一方，物体 A に働く衛星からの引力=$G\dfrac{am}{d^2}$

よって，求める差は 0

(10)

点 O に×を記入する。

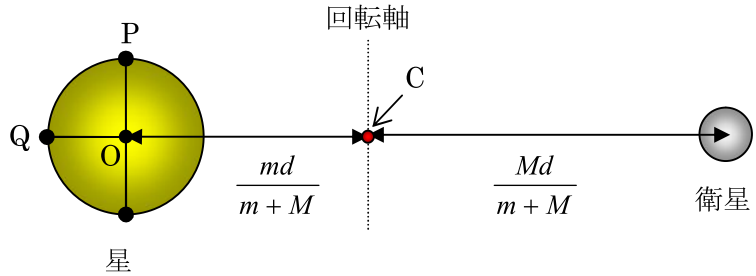
(11)

$$\frac{md}{m+M}$$

解説

点 C の回転軸は，星と衛星を結ぶ線分に垂直だから，

点 P と回転軸の距離は $\dfrac{md}{m+M}$



(12)

$$a\cdot\frac{md}{m+M}\omega^2$$

(13)

$$G\frac{am}{d^2}$$

解説

$d >> R$ より， $G\dfrac{am}{d^2+R^2}=G\dfrac{am}{d^2\left\{1+\left(\dfrac{R}{d}\right)^2\right\}}\approx G\dfrac{am}{d^2}$

(14)

0

解説

(9)の解説と同じ

(15)

点 P に×を記入する。

(16)

$$\frac{GaR(3m+M)}{d^3}$$

解説

遠心力の大きさ

回転半径$=\dfrac{md}{m+M}+R$

角速度 $\omega=\sqrt{\dfrac{G(m+M)}{d^3}}$ より，

物体 A に働く遠心力の大きさは， $a\cdot\left(\dfrac{md}{m+M}+R\right)\cdot\dfrac{G(m+M)}{d^3}$ より，

$$\frac{Gam}{d^2}+\frac{GaR(m+M)}{d^3}$$

衛星から受ける引力の大きさ

$$G\frac{am}{(R+d)^2}=G\frac{am}{d^2\left\{1+\left(\frac{R}{d}\right)\right\}^2}$$

$$=\frac{Gam}{d^2}\left(\frac{1}{1+\frac{R}{d}}\right)^2$$

$$\approx\frac{Gam}{d^2}\left(1-\frac{R}{d}\right)^2 \quad \left(\because \frac{R}{d}<<1\right)$$

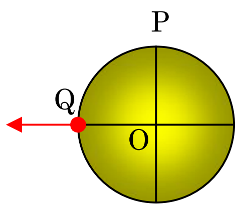
$$=\frac{Gam}{d^2}\left\{1-\frac{2R}{d}+\left(\frac{R}{d}\right)^2\right\}$$

$$\approx\frac{Gam}{d^2}\left(1-\frac{2R}{d}\right) \quad (\because d>>R)$$

よって，

$$\frac{Gam}{d^2}+\frac{GaR(m+M)}{d^3}-\frac{Gam}{d^2}\left(1-\frac{2R}{d}\right)=\frac{GaR(3m+M)}{d^3}$$

(17)



2

(1)

$$\Phi = aB\left(\frac{b}{2} + l\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$$

解説

辺 RS の変位について

$t=0$ のとき x は最大値 $x=\frac{b}{2}+l$ をとるから，単振動の周期を T とすると，

RS の変位$=\frac{b}{2}+l\cos\frac{2\pi}{T}t$

よって，$\Phi = B\cdot a\left(\frac{b}{2}+l\cos\frac{2\pi}{T}t\right)$

これと $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ より，$\Phi = aB\left(\frac{b}{2}+l\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)$ ・・・(答)

(2)

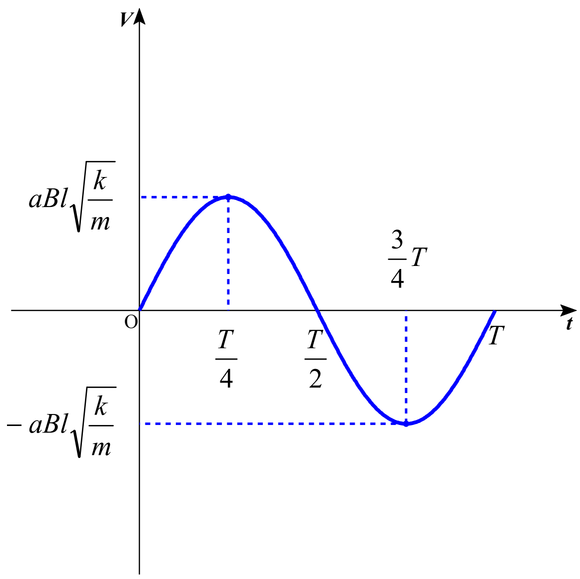
$0\leq t\leq\frac{T}{2}$ ：コイルを紙面裏側から貫く磁束が減少するので，

それを抑制する向きに磁界が発生するようにコイルに誘導電流が流れる。
したがって，その向きは P→Q→R→S→P

$\frac{T}{2}\leq t\leq T$ ：コイルを紙面裏側から貫く磁束が増加するので，

それを抑制する向きに磁界が発生するようにコイルに誘導電流が流れる。
したがって，その向きは P→S→R→Q→P

(3)



解説

$$|V| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right|$$

$$= \left|\frac{d}{dt}\left\{aB\left(\frac{b}{2} + l\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t\right)\right\}\right|$$

$$= aBl\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \left|\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t\right|$$

条件より，$0 \leq t \leq \frac{T}{2}$ のとき $V > 0$，$\frac{T}{2} \leq t \leq T$ のとき $V < 0$ $\left(T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right)$ だから，

$$V = aBl\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

(4)

(a)

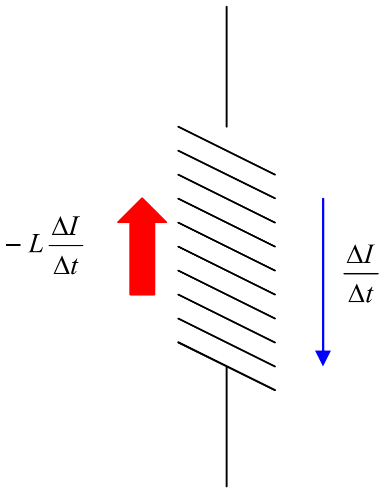
$$V - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = RI$$

解説

ソレノイドに発生する誘導起電力の向きは，レンツの法則より，

$\frac{\Delta I}{\Delta t} > 0$ のとき負，$\frac{\Delta I}{\Delta t} < 0$ のとき正だから，ソレノイドに発生する誘導起電力$= -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$

よって，キルヒホッフの第 2 法則より，$V + \left(-L\frac{\Delta I}{\Delta t}\right) = RI$ $\quad \therefore V - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = RI$ ・・・(答)



(b)

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

解説

V の周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ より，角振動数 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

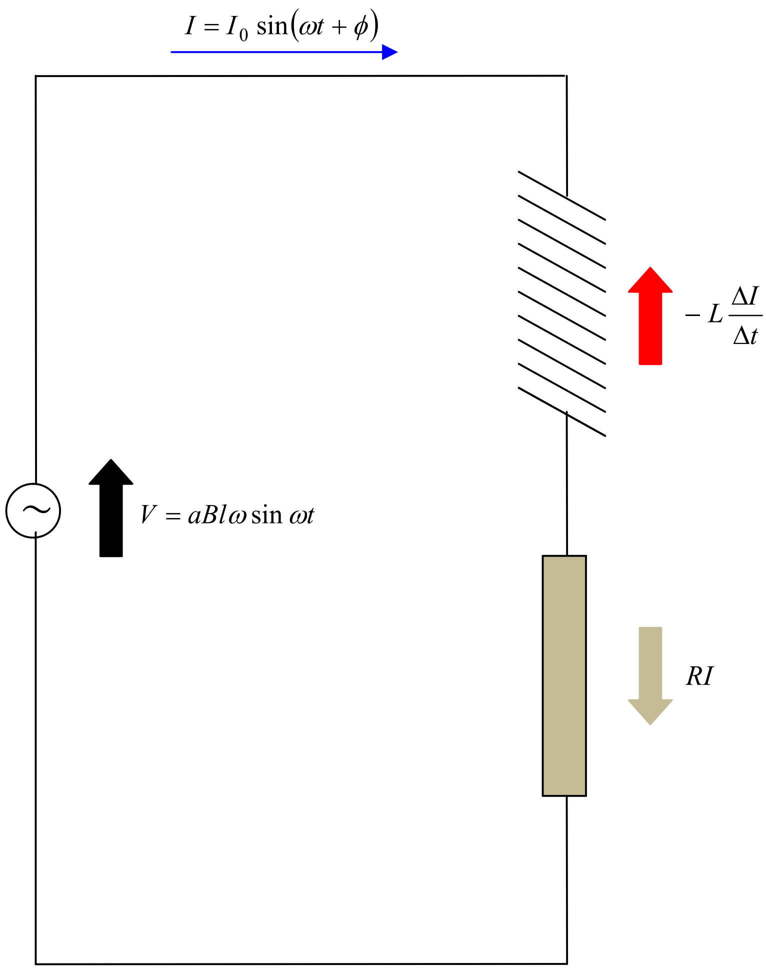
回路を流れる電流の角振動数もこれに等しい。

(c)

$$aBl\sqrt{\frac{k}{m}} = I_0\sqrt{R^2 + \left(\sqrt{\frac{k}{m}}L\right)^2}$$

$$\tan\phi = -\frac{L}{R}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

解説



簡単のため，$\sqrt{\dfrac{k}{m}}=\omega$ とおくと，$V=aBl\omega\sin\omega t$ ・・・①

$V-L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}=RI$ より，$t\to 0$ のとき，$V-L\dfrac{dI}{dt}=RI$ $\quad\therefore V=RI+L\dfrac{dI}{dt}$ ・・・②

①，②および $I=I_0\sin(\omega t+\phi)$ より，

$$aBl\omega\sin\omega t=RI_0\sin(\omega t+\phi)+L\frac{d}{dt}I_0\sin(\omega t+\phi)$$

$$\therefore aBl\omega\sin\omega t=RI_0\sin(\omega t+\phi)+\omega LI_0\cos(\omega t+\phi)$$

よって，

$$aBl\omega\sin\omega t=I_0\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\sin\{(\omega t+\phi)+\alpha\}$$

ただし，$\cos\alpha=\dfrac{R}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$，$\sin\alpha=\dfrac{\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$

ここで，$aBl\omega\sin\omega t=I_0\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\sin\{(\omega t+\phi)+\alpha\}$ が任意の t で成り立つから，

$$aBl\omega=I_0\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\ ,\quad \phi+\alpha=0$$

$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ より，$aBl\sqrt{\dfrac{k}{m}}=I_0\sqrt{R^2+\left(\sqrt{\dfrac{k}{m}}L\right)^2}$

$\phi=-\alpha$，$\omega=\sqrt{\dfrac{k}{m}}$ より，$\tan\phi=-\tan\alpha=-\dfrac{\omega L}{R}=-\dfrac{L}{R}\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

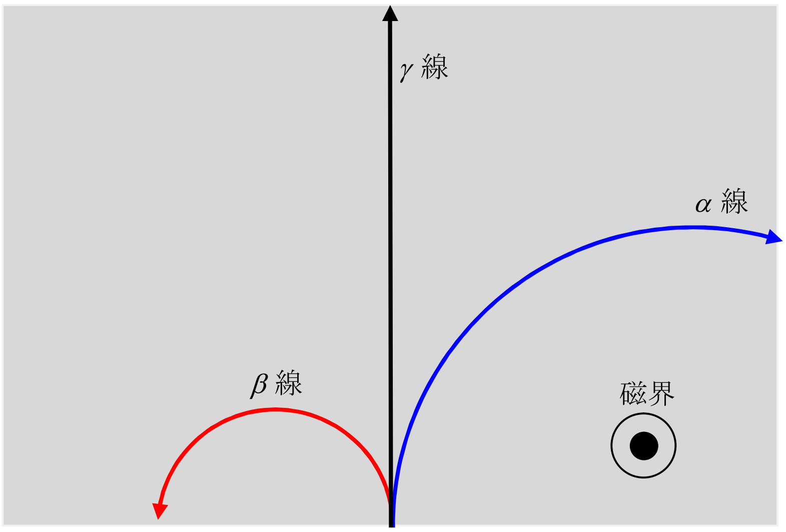
3

(a) 放射能　**(b)** ヘリウムの原子核　**(c)** 高速の電子

(d) 波長が非常に短い電磁波（振動数が非常に大き電磁波，高エネルギーの電磁波）

(e) γ 線　**(f)** β 線　**(g)** α 線

問



解説

α 線の本性はヘリウムの原子核だから正電荷をもつ。

よって，ローレンツ力により，上図の磁場中を時計回りに等速円運動をする。

β 線の本性は電子だから負電荷をもつ。

よって，ローレンツ力により，上図の磁場中を反時計回りに等速円運動をする。

γ 線の本性は電磁波だから電荷をもたない。

よって，磁場中を直進する。

(h) 7　**(i)** 4

解説

α 崩壊

${}^{4}_{2}\mathrm{He}$ を放出するから，崩壊の度に質量数の減少が 4，原子番号（陽子数）の減少が 2

β 崩壊

中性子が電子を放出し，陽子に変化するから，崩壊の度に原子番号が 1 増加

よって，α 崩壊が x 回，β 崩壊が y 回起こったとすると，

質量数の変化＝$-4x$，原子番号（陽子数）の変化＝$-2x+y$

${}^{235}_{92}\mathrm{U}$ が ${}^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ になるから，$-4x=207-235$，$-2x+y=82-92$

$\therefore x=7$，$y=4$

(J) 0.81×10^{-11}

解説

$^{235}_{92}\mathrm{U}\rightarrow ^{207}_{82}\mathrm{Pb}+7^{4}_{2}\mathrm{He}+4\mathrm{e}^{-}$ より，

$\Delta m = 235.044-(206.976+7\times 4.002)$

$= 0.054\mathrm{u}$ u

$= 0.054\times 1.66\times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

$\therefore E=\Delta mc^2 = 0.054\times 1.66\times 10^{-27}\times (3.00\times 10^{8})^2 = 0.806\times 10^{-11}\,\mathrm{J}$

$\therefore 0.81\times 10^{-11}\,\mathrm{J}$

(k) 144 **(l)** 36

解説

$235+1-(89+3)=144$

$92-56=36$

(m) 1.887

解説

$92\times 1.007+(235-92)\times 1.009-235.044=1.887\,\mathrm{u}$

質量欠損

$E=\Delta mc^2$ は，質量とエネルギーが等価であることを示す。

たとえば，陽子と中性子が結合するとエネルギー（E）を放出するが，

このとき，$\Delta m=\dfrac{c^2}{E}$ に相当する質量が失われる。

したがって，原子核は陽子と中性子が結合したものだから，

原子核の質量は，それを構成する陽子と中性子の質量の合計より小さい。

これを質量欠損という。

(n) 3.9×10^{-11}

解説

質量欠損のエネルギー方程式では，

陽子と中性子が個々に存在している状態を基準，すなわち 0 とすればよい。

すると，

中性子 $^{1}_{0}\mathrm{n}$ のエネルギー＝0，$^{235}_{92}\mathrm{U}$ のエネルギー＝$-\Delta m_{\mathrm{U}}c^2$，

$^{144}_{56}\mathrm{Ba}$ のエネルギー＝$-\Delta m_{\mathrm{Ba}}c^2$，$^{89}_{36}\mathrm{Kr}$ のエネルギー＝$-\Delta m_{\mathrm{Kr}}c^2$

（Δm は質量欠損）

解放されるエネルギーを Q とすると，

エネルギー方程式：$^{235}_{92}\mathrm{U}+^{1}_{0}\mathrm{n}=^{144}_{56}\mathrm{Ba}+^{89}_{36}\mathrm{Kr}+3^{1}_{0}\mathrm{n}+Q$ より，

$-\Delta m_{\mathrm{U}}c^2+0=-\Delta m_{\mathrm{Ba}}c^2+(-\Delta m_{\mathrm{Kr}}c^2)+3\times 0+Q$

$$
\begin{aligned}
\therefore Q &= \left(\Delta m_{\mathrm{Ba}} + \Delta m_{\mathrm{Kr}} - \Delta m_{\mathrm{U}}\right)c^2 \\
&= \left(1.307 + 0.841 - 1.887\right) \times 1.66 \times 10^{-27} \\
&\approx 3.89 \times 10^{-11}\ \mathrm{J}
\end{aligned}
$$

$\therefore 3.9 \times 10^{-11}\ \mathrm{J}$